

Babička, integrální počet a smysl života. Poznámky k inženýrské výuce

Miloslav Okroublík

Úvod a motivace

Když po zkoušce z mechaniky či pružnosti odchází kantor zachmuřen domů a přemýšlí o tom, kolik studentů zkoušku udělalo a kolik jich musí přijít znovu, tak mu nutně musí přijít na mysl pochybnost týkající se jeho vlastních pedagogických postupů, zájmu studentů o obor, a v neposlední řadě i jejich předchozích znalostí.

Jaká je běžná úspěšnost studia v našich zemích?

Údaje o úspěšnosti studia se dají nalézt v ročenkách jednotlivých univerzit, jsou předmětem sběru dat Statistického úřadu, jsou k dispozici i v materiálech vydávaných Centrem pro studium vysokého školství, v.v.i. V dosud nepublikované studii „Strukturované studium v České republice z pohledu mezinárodního srovnání, českých právních norem a strategických dokumentů a statistik vycházejících z matriky studentů“, vypracované Centrem pro Ministerstvo školství mládeže a tělovýchovy, je zajímavé srovnání úspěšnosti studia na dvou výrazně technicky zaměřených vysokých školách (VŠ 1, VŠ 2) za poměrně dlouhé období 2001 až 2012. Úspěšnost studia, definovaná jako procentuální podíl absolventů k součtu absolventů a neúspěšných, je uvedena na následujícím obrázku. Jde o kumulativní data týkající se studia bakalářského, magisterského i doktorského.

Značně nerovnoměrný průběh je patrně způsoben restrukturalizací studia i změnou metodiky sledování úspěšnosti ve studiu během daného období. Kromě toho, že data jsou příznivější pro VŠ 2, je zřejmé, že na uvedených dvou vysokých školách dostuduje v posledních letech na VŠ 1 necelých 52% studentů a na VŠ 2 mírně přes 60% studentů.

Autorovy poznámky

Mezi mladými a často i dospělými slycháváme, že číst krásnou literaturu, poslouchat klasickou muziku či znát základy matematiky je zbytečné, neboť to nic nepřináší ani k práci, ani k životnímu uspokojení, a dá se bez toho docela dobře žít.

Co taková Babička Boženy Němcové (čtenář si může dosadit i jiná díla naší i cizojazyčné literatury) čtenáři přináší?

Jsou tací, kteří se netají despektem ke krásné literatuře a její četbu považují za ztrátu času. Jistě, užitečnost znalostí získaných četbou se nedá zdůvodnit cílem obstát při luštění vědomostních kvízů v nedělních přílohách novin či v televizních soutěžích. Avšak znalostí těchto základů (Angličané tomu krásně říkají *common knowledge*) se člověk stává součástí komunity, uznávající jisté hodnoty. Tyto znalosti umožňují vidět věci v souvislostech a mohou napomoci tomu, aby se člověk neztratil v současném komplikovaném světě. Je to taková *společenská násobilka*, která může člověka kultivovat.

Je nutno přiznat, že potěšení ze ztotožnění s hrdinou, které může čtenář literárních děl prožívat, zřejmě nemusí být tak intenzivním prožitkem, jako hrát počítačovou hru, kde se může zdát, že ten, kdo ji hraje, se nemusí vciťovat do cizích osudů, ale je přímo jejich virtuálním strůjcem.

K čemu je znalost infinitesimálního počtu (čtenář si může dosadit jiná matematická a technická témata), když u celé řady výpočetních produktů, používaných ke konstrukčním a vývojovým pracím, stačí „proklikat se“ kvýsledku.

Stejně můžeme mudrovat nad potřebou znalosti numerické matematiky a základů programování. Tedy nad inženýrsky orientovanou počítačovou gramotností.

Znalosti tohoto typu vědomostí můžeme považovat za *inženýrskou násobilku*, kterou potřebujeme, stojíme-li před řešením úloh akademických i praktických.

Jednoduchá odpověď na výše zmíněné otázky je – ano, dozajista se dá bez toho žít. Záleží však na tom, na jakou životní pouť se chystáme. Připomeňme údajný výrok středoškolské profesorky matematiky: „Navrátilová, naučte se derivovat, ten tenis vás neuživí.“ (Hoznauer, M.: Cesta do hlubin kantorovy duše, Nakladatelství Dokořán, Praha, 2004).

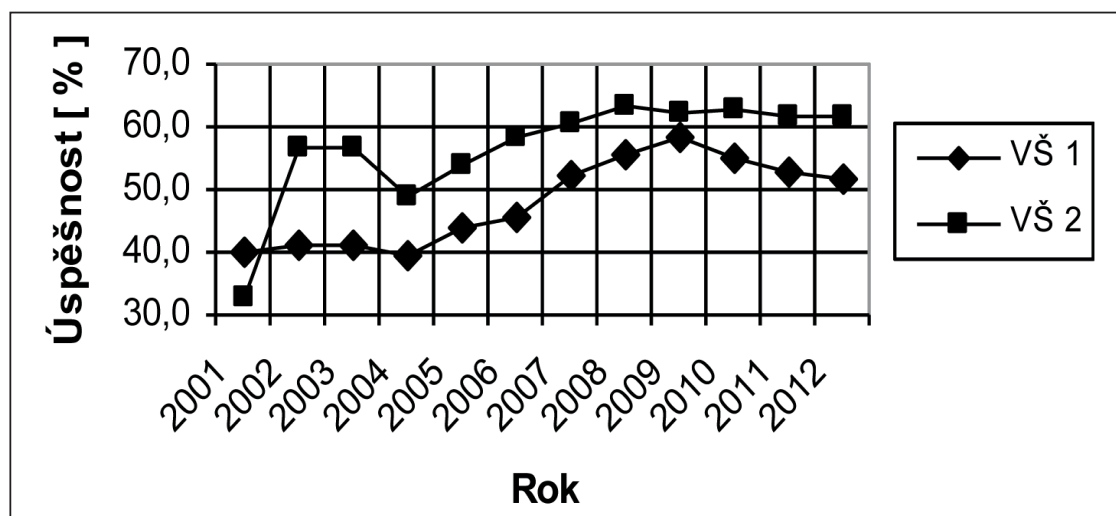
Informace a vědomosti

Informace nejsou znalosti. Jsou to relace mezi informacemi, které vytvářejí vzdělanost.

Pokud jsem nestudoval čínštinu a vím-li, kde najdu na internetu česko-čínský slovník, ani za mák mi to nepomůže při domluvě s rodilým Číňanem, který žádný jiný jazyk neovládá.

Vysokoškolští studenti jdoucí dnes ke zkoušce mají zpravidla k dispozici své poznámky ze cvičení a z přednášek, kalkulačku a počítač připojený na internet. Pokud však před zkouškou dlouho neseděli za stolem a nestudovali výukové texty, držíce v ruce tužku, a na papíru si opakovaně nepsali poznámky a nepočítali příklady, pak jsou jim všechny zmíněné pomůcky ke zkoušce nanič, neboť nevědí, jak je použít, co hledat a jak se na svou otázku – třeba na Wikipedii – zeptat.

Graf 1: Srovnání úspěšnosti studia na dvou technicky zaměřených vysokých školách v období 2001 až 2012



A nemusí hledat jen na Wikipedii. Na webových stránkách českých i zahraničních vysokých škol a universit najdou kompletně zpracovaná témata takřka všech technických předmětů, a to ve formě přednášek i cvičení. Že by to mohli nastudovat z desítek českých i zahraničních učebnic, snad ani nestojí zato připomínat.

Je to starý známý *problem of overchoice*, s nímž se studenti nemohou, nejsouce připraveni, vyrovnat. Toffler, A.: *Future Shock*, Bantam Book, Ontario, Canada, 1971.

Jak se učíte? Ptám se studentů. A jeden říká: Projdu si to. A na otázku, co tím myslí, odpoví, že se do textů přednášek a cvičení dívá. Jiný systematicky hledá příklady, které byly na předchozích zkouškách. Většina studentů přiznává, že texty přednášek, které mají k dispozici v pdf formátu, ani nečetla.

Studentům technických předmětů bychom měli zdůrazňovat, že pouhé procházení, či v lepším případě čtení textů, nestačí. Vyžaduje to přemýšlet o významu každého slova ve větě, pochopit teorii, která se za zpočátku neznámými pojmy skrývá, přepočítat příklady z přednášek a ze cvičení, mudrovat nad tím, proč v konkrétním vztahu je plus a ne minus, a kde se bere ten či onen člen – jaký má geometrický či fyzikální význam. Je třeba najít vhodnou sbírku příkladů a počítat a počítat a získat tak jistou řemeslnou zručnost, bez níž se inženýrství neobejde.

Snadněji to nejde. To se ví už od Euklida¹.

¹ Antický matematik Eukleides (též Euklides) z Alexandrie (325 – 265 před Kristem), autor slavných Základů, *Stoicheia* (latinsky *Elementa*, anglicky *Elements*). Pomocí axiómů a definic formuloval základní postuláty geometrie. S euklidovskou geometrií žijeme dodnes. Anglický překlad Euklidových Základů je na aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html. Viz též Boyer, C.B.: *A History of Mathematics*. John Wiley, New York, 1968.

Neoplatónský filosof Proclus Diadolus (410 – 485) ve svých komentářích k Euklidovým Základům uvádí, že Ptolemaios I, tehdejší vládce egyptské části římského impéria, se ptal Euklida, zdali existuje nějaký snadnější přístup k naučení se základům geometrie. Na to prý Euklides odpověděl, že „Žádná královská cesta ke geometrii nevede.“

A tak se studenti ptají. Kolik hodin denně se učit? Špičkový sportovec či houslový virtuos trénují osm a více hodin denně. A student inženýrství? I pár hodin denně se mu zdá moc – ale to by mi už nezbyl žádný volný čas – říká.

Volný čas – to je jedno z velkých témat současné doby.

Vyjadřuje se k němu např. i Benjamin Kline Hunnicutt ve své publikaci *Free Time. The Forgotten American Dream*. (Temple University, Iowa, 2012, ISBN 978-1-4399-0715-3).

Uvádí zajímavé příklady z historie:

- ▶ J. M. Keynes předpokládal, že počátkem 21. století se bude pracovat dvě hodiny denně.
- ▶ Frank Loyd Wright ve třicátých letech minulého století věřil, že lidstvo bude žít v přírodě a do města bude chodit do práce na šest hodin denně, a to po tři dny v týdnu.
- ▶ Americký Senát v roce 1933 připravoval zákon o třicetihodinovém pracovním týdnu. Ten však nebyl přijat.

A srovnává je s názory F. D. Roosevelta, podle něhož namísto volného času, který byl doposud vnímán jako smysl života, postavil práci samotnou. Volný čas se v té době začal považovat za symbol promarněné šance vydělávat peníze a zlepšovat tak svůj život.

Hunnicutt cituje názory některých současníků, kteří jsou zaujati svou prací a tvrdí: „Moje práce mne baví a dělal bych ji, i kdybych měl peněz dost a nemusel je získávat prací za mzdu.“

Žijeme ve společnosti, jejíž jedinci jsou si vědomi více svých práv, než svých povinností. Nejsou schopni dohlédnout, že právo na štěstí, bohatství, zdraví a v neposlední řadě na vysokoškolský titul se nedá ústavně zaručit².

Pocit, že takto široce pojatá lidská práva se dají ústavně zaručit, mohl vzniknout už dávno, možná mylnou interpretací často citované části americké Deklarace nezávislosti, sepsané Thomasem Jeffersonem již v roce 1776.

² To, že vysokoškolský titul nemusí být zárukou vědomostí, je námět na jiné pojednání.

Obrazek 1: Faksimile části The unanimous Declaration of the thirteen united States of America

We hold these truths to be self-evident, that all men are created equal, that they are endowed by their Creator with certain unalienable Rights, that among these are Life, Liberty and the pursuit of Happiness.—

Přepis: We hold these truths to be self-evident, that all men are created equal, that they are endowed by their Creator with certain unalienable Rights, that among these are Life, Liberty and the pursuit of Happiness.

A tak na formulace, které jsme v době nesvobody četli s okouzlením až dojetím, se dnes díváme trochu jinak.

Uvědomujeme si, že *pursuit of* znamená *hledání, sledování, snahu o získání – dosažení čeho, nikoliv právo na*.

A že výraz *all men are created equal* značí rovnost občanů před zákonem, avšak nezakládá se na rovnosti schopností.

Na totéž upozorňuje Charles Murray (narozen 1943), americký sociolog, autor řady známých, a do jisté míry kontroverzních, knih a článků (*The Bell Curve, Real Education, Losing Ground, On Happiness of People*) a předkládá k zamyšlení čtyři jednoduché pravdy. Jsou aplikovatelné i na naše poměry. Nechme je pro jistotu v angličtině.

Four Simple Truths for Bringing America's Schools Back to Reality

Ability varies.

Children differ in their ability to learn academic material.

Half of the children are below average.

Many children cannot learn more than rudimentary reading and math.

Too many people are going to college.

Almost everyone should get training beyond high school, but the number of students who want, need, or can profit from four years of residential education at the college level is a fraction of the number of young people who are struggling to get a degree.

America's future depends on how we educate the academically gifted.

The task is not to give them more advanced technical training, but to give them an education that will make them into wiser adults.

Ta poslední věta trochu připomíná Boženu Němcovou, která říkala, že „není moudrý ten, kdo zná, ale ten, kdo umí“. No jo, ale aby uměl, musí znát – s těmi jednoduchými pravdami to nebývá jednoduché.

K výuce a ke zkoušení

Je vhodné vykládat věci v souvislostech. Na příkladech se dá například ukázat, kde končí platnost mechaniky tuhých těles a kde začíná pružnost. Jak se dá tatáž úloha řešit různými postupy. Studenti to nemají rádi. Chtějí vědět, jak se počítá příklad ve staticce, jak v dynamice a jak v pružnosti.

Při výkladu i při přípravě studijních textů je třeba přesně definovat a poté rozlišovat základní pojmy. Triviálním příkladem jsou pojmy rovnováha – ekvivalence, které zaměňují studenti, doktorandi i kantoři. To není rajtování na slovíčkách, ale pochopení odlišného přístupu k řešení úlohy. S rovnováhou (součet všech sil se rovná nule) pracujeme při hledání reakcí – s ekvivalencí (jedna síla nahrazuje účinek všech ostatních sil) při stanovení vnitřních statických účinků. Je to jednoduchá úvaha provázející studenty jak mechanikou tuhých tak i poddajných těles. Přesto – jak říká profesor Parkinson, "if you explain something so clearly so that there is now way how to misunderstand it – there will always be somebody who will".

Příklad ke zkoušce z mechaniky, který činí potíže. Přečerpávací elektrárna Černé jezero. Plocha 18 ha, povolený pokles hladiny o 8 cm. Vypočtete energii, která by se – pokud neuvažujete ztráty – dala získat průtokem odčerpané vody turbinou, která je 250 m pod hladinou. Snad nemůže být jednoduššího příkladu, který vyžaduje pouhé dosazení do vztahu $E_p = mgh$. Ukazuje se však, že studenti nevědí, co je hektar, kolik je centimetrů do metru, jaká je hustota vody, jaký je rozdíl mezi hmotností a váhou, pletou si práci s výkonem a v neposlední řadě nevědí, jak přepočíst práci, která vyjde v [J], na [kWh]. Navíc stále ve studentských hlavách straší stará technická soustava, v níž se síla měřila v kilopondech a práce či energie vyjadřovala v kilopondmetrech.

Studenti mají potíže s tím, jak převést rovnice, vyjadřující třeba podmínky rovnováhy,

$$-T_{AB} \cos \theta + T_{BC} \cos \varphi = 0,$$

$$T_{AB} \sin \theta + T_{BC} \sin \varphi - mg = 0,$$

do maticového tvaru

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta & \cos \varphi \\ \sin \theta & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{AB} \\ T_{BC} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ mg \end{Bmatrix},$$

tak, aby mohly být efektivně řešeny – třeba v Excelu nebo v Matlabu. Že to u dvou rovnic o dvou neznámých není zapotřebí, je lichý argument. U více rovnic se postupuje formálně stejným způsobem. K tomu potřebuji znát zásady maticového počtu, a ty nejsou studentům dostatečně známy.

Chybějí znalosti ze základní školy. Např. pojem těžnice trojúhelníka, práce se zlomky, trojčlenka, pravidla o podobnosti trojúhelníků³. Ze střední školy se pak nedostává znalostí trigonometrických funkcí, studenti mají potíže s vyjadřováním úhlů v radiánech a neumějí definovat funkci logaritmus. A ze základních kurzů vysokoškolské matematiky nejsou dostatečně zažity ani znalosti infinitesimálního, ani maticového počtu. Výpočet derivace jednoduché funkce,

$$\text{např. } z = r \cos \alpha + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}$$

činí potíže. Studenti to nevysypou z rukávu, jak by měli, oni však ani neumějí použít softwarové nástroje, jako je např. Macsyma, Octave, Matlab aj., které jsou nainstalovány na osobních počítačích, které při zkoušce mají k dispozici, a které „na ťuknutí“ dají

$$z' = -r \sin \alpha - r^2 \sin \alpha \cos \alpha / (l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{(1/2)}$$

Pokud ovšem vědí, jak se na to zeptat. Nic však není zadarmo – aby mohli zmíněné nástroje použít, musí investovat jisté úsilí do jejich ovládnutí. Web je plný animací strojů a mechanismů, studenti se na to rádi dívají – připomíná to totiž počítačové hry – ale je to jen taková třešnička na dortu, nic kloudného se koukáním na animace studenti nenaučí.

Při výkladu používáme jakýsi *inženýrský těsnopis* – smluvní značky⁴ a odborné termíny⁵, jejichž význam není laikovi a priori zřejmý. Jednoznačně a včas je vysvětlit, to je úkol pro pedagogy, kteří při popisu světa a jeho modelování je používají a potřebují pro různé stupně zjednodušení a abstrakce.

Spalovací motor – jeden z nejčastěji se vyskytujících strojů světa v němž žijeme. Na něm se začátečníkům dá v kostce vysvětlit, co obnáší vystudovat strojní inženýrství. Základem je matematika. V mechanice pak statika, kinematika, dynamika, pružnost a pevnost. V termodynamice partie o vlastnostech plynů,

³ Podobnost trojúhelníků popisuje a vysvětluje Jules Verne ve svém románě Tajuplný ostrov. A jako správný pedagog ji hned aplikuje, když potřebuje změřit výšku skály pomocí tyče známé délky. A pak že nestojí zato číst krásnou literaturu.

⁴ Matematické operátory, symboly představující různé druhy vazeb apod.

⁵ Jeřábová kočka, princip virtuálních prací apod.

o chování plynů při změnách stavu, o sdílení tepla apod. Dále pak nauka o mazání – tribologie, konstrukce, technologie, elektrotechnika, robotika aj.

A tak jednoduché schéma klikového mechanismu, kde se dají vysvětlit kinematické pojmy rotačních a kluzných dvojic, reprezentované domluvenými značkami, může být odrazovým můstkem pro statickou a dynamickou analýzu.

Výsledkem probíraného příkladu by neměl být podtržený vzorec, ale stanovení oboru jeho platnosti a analýza úlohy prostřednictvím množiny řešených příkladů. Tomu může napomoci studium vhodného programovacího jazyka a programování. Například Matlab je vhodným nástrojem jak pro „malé výpočty“ kalkulačkového charakteru se skaláry i s maticemi, tak i pro důkladnou analýzu odvozených vztahů.

Výklad může pokračovat přes popis schematického ztvárnění součástí spalovacího motoru – může posloužit k vysvětlení principu spalovacího motoru a k naučení se anglických odborných termínů.

A další studijní cesta ke konstrukci motoru by měla být dlážděna studiem výpočetních metod, jako je např. metoda konečných prvků či konečných objemů, a s tím souvisejícím studiem numerických metod a základů programování.

Před uvedením stroje do provozu je třeba provést řadu ověřovacích testů. A tak měl být student inženýrství seznámen i s experimentálními technikami a statistickými metodami pro zpracování dat.

Ani doktorandi často neznají podstatu Gaussovy kvadratury. A to přesto, že při své práci běžně používají isoparametrické prvky, např. v programech typu Abacus, Ansys aj, které jsou na Gaussově kvadratuře založeny. A jsouce tázání na metody řešení algebraických rovnic si vzpomenou na Cramerovo pravidlo – metodu naprosto nepoužitelnou pro soustavu s více než deseti rovnicemi.

Co tedy učit a co ne? Asi dnes není třeba učit podrobnosti o Gaussově eliminaci, když každý druhý programový produkt má řešení algebraických rovnic jako programové primitivum, které je stejně snadno dostupné jako algoritmy pro výpočet trigonometrických funkcí. Jinak tato otázka stojí při studiu postupů pro paralelní počítače, které jsou třeba pro řešení velkých nestandardních úloh – tam je nutné se vrátit k základům.

Ale když už je některý z těchto bodů součástí inženýrského curricula, a konkrétní absolvent to později nevyužije přímo ve své práci jako inženýr, není to nikdy na škodu – učí to totiž systematickému a logickému myšlení.

Stejně důležitý je i trénink mechanické paměti. Děti se učí a často si na celý život zapamatují „Aj, zde leží zem ta, před okem mým slzy ronícím, někdy kolébka, nyní národu mého rakev ...“, a student inženýrství, jsa o půlnoci probuzen, by měl vědět, že derivace $\sin u$ je plus $\cos u$. Pokud ovšem nezamýšlí stát se profesionálním sportovcem, jako výše zmíněná Martina Navrátilová.

Co do doktorandského studia

Tam rozhodně patří předměty typu: Computational structural mechanics, High performance parallel computers, Parallelization of fundamental tasks of numerical analysis.

Co by studenti měli

Studovat a trénovat mechanickou paměť. Stojí zato si pamatovat, že Sherlock Holmes bydlel na adrese Baker Street 221B, že francouzská revoluce počala v roce 1789, že 1 ångström je 10^{-10} m a že jeden hektar, byť jednotka, která není v repertoáru SI, má 100×100 m

Mechanická paměť se dá trénovat i znalostmi o třetí manželce druhého bubeníka slavné punkové skupiny ABC. Tyto znalosti v inženýrství však tolik neprodáme, tam je spíše třeba si pamatovat základní vzorce analytické geometrie či derivace základních funkcí, pravidlo o derivování součinu a podílu apod. Většina z nás není schopná tyto vztahy v případě potřeby rychle odvodit. Mechanicky pamatované vědomosti umožňují smysluplně se ptát a tvořit základnu, od níž se odrážejí tvůrčí postupy, umožňující aplikovat nabyté vědomosti na jiné než klasické školní případy.

Co doporučovat studentům?

Více skromnosti a schopnosti divit se. Když se Boeing 747 ve večerním slunci pomalou jízdou (taxiing) kolébá na hlavní runway, aby vzlétl k třináctihodinovému letu přes Atlantik, pozorovat s jakou frekvencí kmitají křídla letounu, až po okraj naplněná palivem, a jak, když už je na runwayi, zaburácejí motory a při akceleraci, která zatlačí cestující do sedadla, si uvědomit, jakého výkonu je třeba pro zrychlení 400 tunového kolosu a k jeho odlepení od země. A jak se po vzlétnutí vztlakem zvednou konce křídel o mnoho decimetrů a říkat si – to, co vidím, jsou velké deformace obtékaného nosníku, aplikované znalosti materiálového inženýrství, kmitání, aerodynamiky apod.

To všechno v němém obdivu nad inženýrským umem. Nutno připustit, že většina ostatních cestujících není při startu letadla tak vzrušena – někteří spí, jiní si čtou Financial Times nebo dokonce Harry Pottera.

Těž bychom měli studentům doporučovat, aby se systematicky učili několik hodin denně – odměnou jim budou zažité vědomosti a dovednosti umožňující dělat práci, která přináší osobní uspokojení z toho, že jsou schopni přicházet věcem na kloub. Měli by vědět, že to, co se na škole naučí, je pouhým základem dalšího celoživotního vzdělávání.

Jeden z mých učitelů, profesor Miroslav Hajn, tehdejší vedoucí katedry přesné mechaniky a optiky, franštinář, jeden z konstruktérů československé předválečné stíhačky BH12, při přednáškách kouřil, cigarety, aby mu déle vydržely, si dělil na třetinky a nám, inženýrským nedoukům, říkal: „Kolegové, chcete se stát inženýry? Tak si uvědomte, že slovo inženýr pochází od francouzského *ingénieur*, značící *plein d'esprit, d'invention*, což pochází z latinského *ingeniosus*.“

Ve Websterově slovníku najdeme výklad obdobný.

Ingenious

- › characterized by cleverness, originality of invention,
- › cleverly, inventive, resourceful.

Rozumíme tomu tak, že inženýr je člověk vynalézavý.

A šťastný inženýr?

Americký sociolog Charles Murray v jedné ze svých přednášek (On happiness of people) identifikoval čtyři podmínky potřebné k tomu, aby lidé mohli považovat svůj život za dlouhodobě šťastný: smysluplná práce, soudržná rodina, dobří přátelé a víra v něco pozitivního.

Citát o inženýrství na závěr – mohl by být motivací ke studiu inženýrství.

Engineering is not a science. Science studies particular events to find general laws. Engineering design makes use of these laws to solve particular problems. In this, it is more closely related to art or draft; its problems are under-defined, there are many solutions – good, bad or indifferent. The art is by a synthesis of ends and means, to arrive at a good solution. This is a creative activity, involving imagination, intuition and deliberate choice.⁶

⁶ Autorem citátu je Sir Ove Nyquist Arup (1895 – 1988), anglo-dánský inženýr, zakladatel projekční společnosti **Arup Group Limited**, která je mj. známa návrhem známé operní budovy **Sydney Opera House**. Byl považován za špičkového pedagoga, architekta a inženýra.